SEMESTRAL

UNI

academiacesarvallejo.edu.pe



ACADEMIA CÉSAR VALLEJO



ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

SEMESTRAL

UNI





Álgebra

Tema: Álgebra de funciones

Docente: José Luis Vásquez Carhuamaca

Álgebra de funciones

Es el conjunto de operaciones (adición, sustracción, multiplicación y división) que se definen entre dos o más funciones.

Función	*Notación*	*Regla de correspondencia*	*Dominio*
Suma	$f+g$	$(f+g)(x)=f(x)+g(x)$	$Dom(f)\cap Dom(g)$
Diferencia	$f-g$	$(f-g)(x)=f(x)-g(x)$	$Dom(f)\cap Dom(g)$
Producto	$f.g$	$(f.g)(x)=f(x).g(x)$	$Dom(f)\cap Dom(g)$
División	$\frac{f}{g}$	$\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$	$Dom(f)\cap Dom(g)-\{x/g(x)=0\}$



Ejemplo

Si $f = \{(1;8)\ ;\ (4;10);\ (3;7);\ (5;8)\}$

$g = \{(1;4)\ ;\ (4;2)\ ;\ (5;0);\ (4;7)\}$

Calcule $f + g\ ;\ \dfrac{f}{g}$

Resolución

Aplicación

Sean f y g funciones tales que:

$$f(x) = 4x - 1\ ;\ x \in \langle -6;\ 3]$$

$$g(x) = x^2 + 1\ ;\ x \in [-4;\ 7\rangle$$

Halle su rango $f + g$

Resolución

Función potencia

Dada la función $\boldsymbol{f}$, se define la función potencia $\boldsymbol{f^n}$ como :

$$f^n = \underbrace{f.f.f\ldots f}_{n\ veces}\ ;\ n \in \mathbb{Z}^+ \wedge n \geq 2$$

Donde:

$$f^n = \begin{cases} Dom\,(f^n) = Dom f \\ f^n(x) = [\,f(x)\,]^n \end{cases}$$

Observación:

$\forall\, k \in \mathbb{R}$, se tiene que:

$$kf = \begin{cases} Dom(kf) = Dom f \\ (kf)(x) = k \cdot f(x) \end{cases}$$

Ejemplo

Sean f y g funciones tales que:

$f(x) = x^2 - x - 1\ ;\ g = \{(-1;1);(0;2);(1;3)\}$

Encuentre $f^2 + 2g$

Resolución



Aplicación

Sea f función tal que:

$$f(x) = x - 3 \quad ; \; x \in \langle -\infty ;\; 5]$$

Grafique la función $f^2 - 2f$.

Resolución

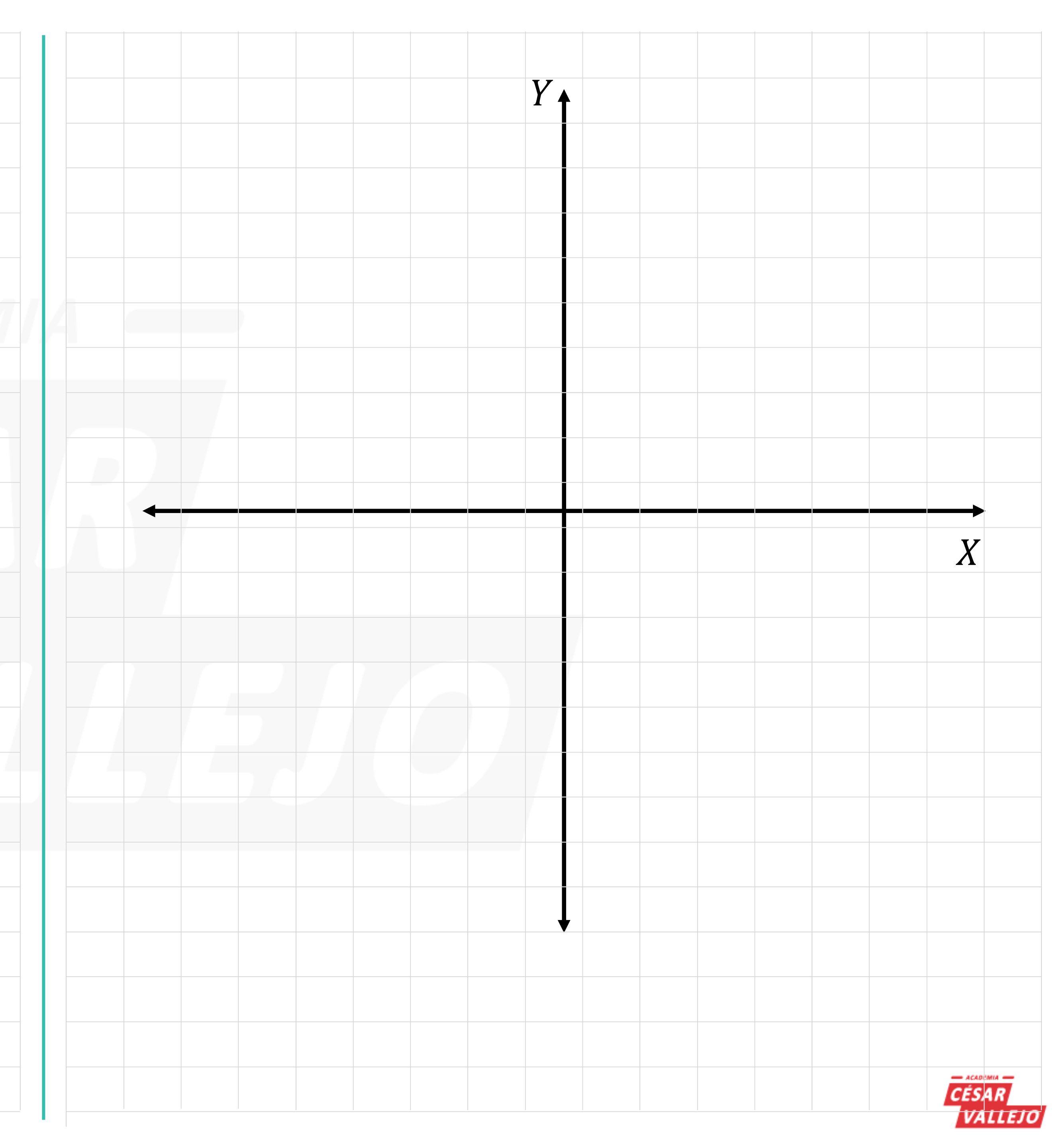
Observación:

Si conocemos las gráficas de f y g, se pueden encontrar el bosquejo de la gráfica de la función suma $f+g$.

Ejemplo

Grafique $h(x) = -x + \dfrac{1}{x}$

Resolución



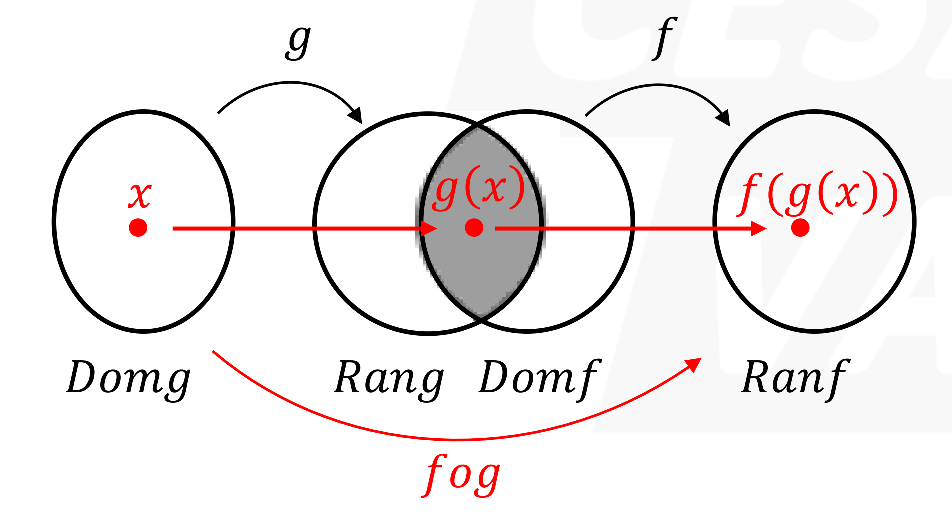


Composición de funciones

Sean f y g son dos funciones, se denota y define su composición (f compuesta con g) por :

$$fog = \begin{cases} Dom(fog) = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x \in Dom\, g \wedge g(x) \in Domf\} \\ (fog)(x) = f(g(x)) \end{cases}$$

En forma gráfica, tenemos:



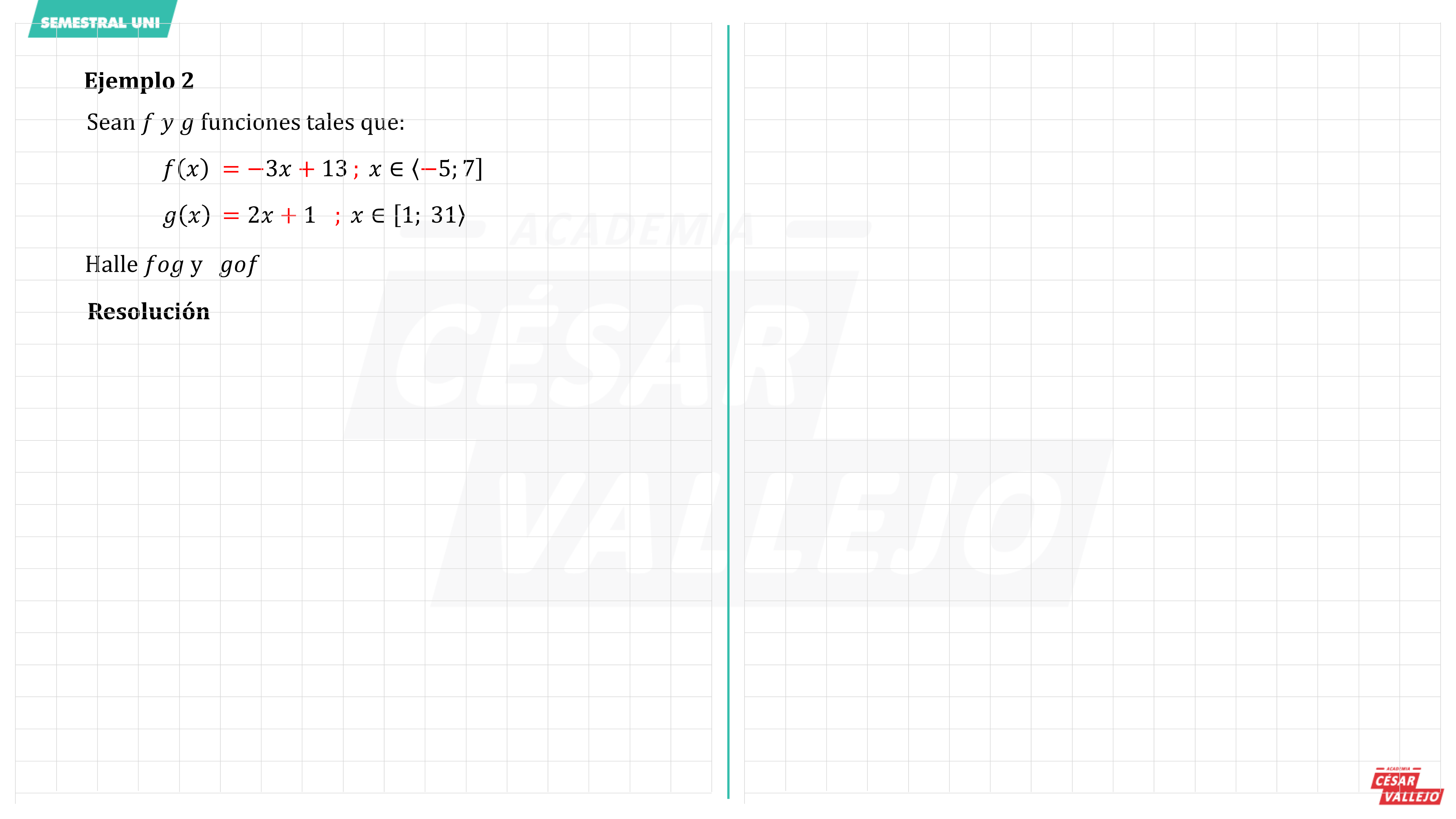
Ejemplo 1

Si $f = \{(1;2)\,;\ (3;5)\,;\ (4;1)\,;\ (5;0)\ \}$

$g = \{(0;3)\,;\ (1;2)\,;\ (2;1)\,;\ (4;5)\ \}$

Calcule fog y gof

Resolución



Ejemplo 2

Sean f y g funciones tales que:

$$f(x) = -3x + 13 \; ; \; x \in \langle -5; 7]$$

$$g(x) = 2x + 1 \; ; \; x \in [1; 31\rangle$$

Halle fog y gof

Resolución

Propiedades

1) Las función composición es asociativo

$$(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$$

2) Las función composición es distributiva

a) $(f + g) \circ h = f \circ h + g \circ h$

b) $(f - g) \circ h = f \circ h - g \circ h$

c) $(f . g) \circ h = (f \circ h).(g \circ h)$

d) $\left(\frac{f}{g}\right) \circ h = \frac{f \circ h}{g \circ h}$

¡Cuidado!

$$h \circ (f + g) \neq h \circ f + h \circ g$$

$$h \circ (f - g) \neq (h \circ f) - (h \circ g)$$

$$h \circ (f . g) \neq (h \circ f).(h \circ g)$$

$$h \circ \left(\frac{f}{g}\right) \neq \frac{h \circ f}{h \circ g}$$

3) Para toda función f se cumple:

$$f \circ I = f = I \circ f$$

donde I es la función identidad

4) Generalmente $f o g \neq g o f$



ACADEMIA

CÉSAR VALLEJO

GRACIAS







academiacesarvallejo.edu.pe